

Lista 03

Teoria desta lista: funções trigonométricas inversas, logaritmo, derivada logarítmica, funções exponenciais e hiperbólicas.

1.1. As funções trigonométricas inversas abaixo foram obtidas considerando uma região do domínio da função original. Indique qual a região adotada em cada caso e calcule a derivada utilizando a seguinte propriedade das funções inversas: y'(x)=1/x'(y). Informe em qual domínio de x a derivada é válida:

- (i) $y = \arcsin x$
- (ii) $y = \arccos x$
- (iii) $y = \operatorname{arctg} x$
- (iv) $y = \operatorname{arc} \cot g x$
- (v) $y = \operatorname{arcsec} x$
- (vi) $y = \operatorname{arc} \operatorname{csc} x$

1.2. Derive em relação a x:

- (i) $y = x \ln x$
- (ii) $v = x^2 \ln x$
- (iii) $v = x^3 \ln x^2$
- $(iv) y = \frac{5}{\ln(2x-1)}$
- $(\mathbf{v}) \qquad y = xe^x$
- (vi) $y = e^{2 \operatorname{sen} x}$
- (vii) $y = \sqrt{\ln(\sin x e^{-x})}$
- (viii) $y = \ln x^e + e^{\ln x}$
- (ix) $y = \ln(x \cdot \sqrt{x+1}) + \sqrt[5]{e^{2-3x}}$
- (x) $y = \frac{\ln(\ln(x))}{3} + \sqrt{2 \sqrt[3]{2 + \frac{1}{3}}}$

1.3. Derive as funções abaixo utilizando a derivada logarítmica (faça as considerações de domínio que forem necessárias para aplicação do logaritmo).

- (i) $y = 3^x$
- (ii) $y = 3^{x^x}$
- (iii) $y = 2^{\operatorname{sen} x}$
- (iv) $y = x^{x^x}$

 $(\mathbf{v}) \qquad y = x^{\sin^2 x}$

 $(vi) y = x^{\sqrt{\sin x + x \ln x + e^{-x}}}$

1.4. Define-se seno hiperbólico e cosseno hiperbólico de x como sendo

 $\operatorname{senh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$

Por conseqüência, são obtidas as outras funções hiperbólicas:

 $tgh x = \frac{\operatorname{senh} x}{\cosh x}, \quad \cot h x = \frac{\cosh x}{\operatorname{senh} x},$

 $\operatorname{sech} x = \frac{1}{\cosh x}$ e $\operatorname{cosech} x = \frac{1}{\operatorname{senh} x}$

Calcule as derivadas dessas funções escrevendo o resultado em termos de funções hiperbólicas.